1	2	3	4	5	$\sum$

Name:

Übungsgruppe:

S. Scherer, T. Bauer, S. Gorini, K. Koschke Abgabe 9.11.2011

Theoretische Physik 2 (MEd) (WS 2011/2012)
Übung 1

1. **[5]** Es seien $\vec{E}$ und $\vec{B}$ Lösungen der inhomogenen Maxwell-Gleichungen

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi\rho \quad \text{und} \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} - \frac{1}{\mathrm{c}}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{4\pi}{\mathrm{c}}\vec{J}.$$

Zeigen Sie, dass ρ und $\vec{J}$ die Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$$

erfüllen.

2. **[10]** Gegeben sei die Viererstromdichte

$$(J^\mu(x)) := (\mathrm{c}\rho(\vec{x},t), \vec{J}(\vec{x},t))$$

und das elektromagnetische Viererpotenzial

$$(A^\mu(x)) := (\Phi(\vec{x},t), \vec{A}(\vec{x},t))$$

mit dem Feldstärketensor

$$\begin{aligned}(F^{\mu\nu}(x)) &= (\partial^\mu A^\nu(x) - \partial^\nu A^\mu(x)) \\ &= \begin{pmatrix} 0 & -E_x(\vec{x},t) & -E_y(\vec{x},t) & -E_z(\vec{x},t) \\ E_x(\vec{x},t) & 0 & -B_z(\vec{x},t) & B_y(\vec{x},t) \\ E_y(\vec{x},t) & B_z(\vec{x},t) & 0 & -B_x(\vec{x},t) \\ E_z(\vec{x},t) & -B_y(\vec{x},t) & B_x(\vec{x},t) & 0 \end{pmatrix}.\end{aligned}$$

Zeigen Sie explizit, dass

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = \frac{4\pi}{\mathrm{c}} J^\nu$$

den inhomogenen Maxwell-Gleichungen

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi\rho \quad \text{und} \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} - \frac{1}{\mathrm{c}}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{4\pi}{\mathrm{c}}\vec{J}$$

entspricht.

3. [**10**] Gegeben seien die kontravarianten Komponenten des dualen Feldstärketensors

$$\tilde{F}^{\mu\nu} = -\frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}F_{\rho\sigma}, \quad \epsilon_{0123} = 1,$$

oder in Matrixschreibweise

$$(\tilde{F}^{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} 0 & -B_x & -B_y & -B_z \\ B_x & 0 & E_z & -E_y \\ B_y & -E_z & 0 & E_x \\ B_z & E_y & -E_x & 0 \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie explizit, dass

$$\partial_\mu \tilde{F}^{\mu\nu} = 0$$

den homogenen, mikroskopischen Maxwell-Gleichungen

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \text{und} \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{1}{\mathrm{c}}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$$

entspricht.

4. Drücken Sie die im Folgenden beschriebenen Ladungsverteilungen als dreidimensionale Ladungsdichten $\rho(\vec{x})$ mittels Dirac'scher Deltafunktionen in geeigneten Koordinaten aus.

   (a) [**5**] Eine Gesamtladung Q sei gleichförmig über eine Kugelschale mit Radius R verteilt.

   (b) [**5**] Eine Ladung λ pro Einheitslänge sei gleichförmig über einen Zylindermantel mit Radius b verteilt.

5. [**5**] Zeigen Sie

$$\vec{\nabla}\frac{1}{|\vec{x} - \vec{x}\,'|} = -\frac{\vec{x} - \vec{x}\,'}{|\vec{x} - \vec{x}\,'|^3}.$$